

令和2年度入学者選抜学力検査問題

(後期日程)

数 学

〔 理 工 学 域
数 物 科 学 類
地球社会基盤学類 〕

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文4ページであり、答案用紙は4枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し、網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

(1) $(x+y+1)(x-y+1)=4$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

(2) $(x+y+1)^2 + (x-y+1)^2 = 4$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

(3) $\frac{1}{x+y+1} + \frac{1}{x-y+1} = 2$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

2 1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ がある。辺 AB を $1:2$ に内分する点を D とする。また、 $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ に対し、辺 OA を $s:(1-s)$ に内分する点を P , 辺 CD を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, s , t を用いて表せ。
- (2) $PQ \perp CD$ のとき、 s を t を用いて表し、 t がとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) $PQ \perp CD$ とする。3 点 O, B, C が定める平面を α とする。平面 α 上の点 R があって、 $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OR}$ となるように t を定め、このときの $\triangle OBR$ の面積を求めよ。

3 $t \geq 0$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) x についての方程式 $2 \sin \frac{x}{2} = t \cos \frac{x}{2}$ が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲でただ 1 つの解をもつことを示せ。
- (2) $S(t) = \int_0^\pi \left| 2 \sin \frac{x}{2} - t \cos \frac{x}{2} \right| dx$ とする。曲線 $y = S(t)$ ($t \geq 0$) と直線 $y = k$ が異なる 2 個の共有点をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

- 4 定数 a, b, c は $a \geq b \geq c > 1$ を満たし, 正の定数 p, q, r は $p+q+r=1$ を満たすとする。関数 $f(x), g(x)$ をそれぞれ

$$\begin{aligned} f(x) &= pa^x + qb^x + rc^x & (x \text{ は実数}), \\ g(x) &= (f(x))^{\frac{1}{x}} & (x > 0) \end{aligned}$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $\log f(0)$ の値および $(\log f(x))'$ を求めよ。
- (2) $\lim_{x \rightarrow +0} \log g(x)$ を求めよ。
- (3) $x > 0$ のとき, $\log p + x \log a \leq \log f(x) \leq x \log a$ を示せ。
- (4) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ を求めよ。