

平成 31 年度入学者選抜学力検査問題

(後期日程)

物 理

〔 理 工 学 域
数 物 科 学 類
理系後期一括入試 〕

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
- 2 問題紙は本文 13 ページです。答案用紙は 4 枚あります。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ってください。

I 図1 aのように、なめらかに動くピストン付きの直方体の容器に、質量 m [kg] の単原子分子からなる理想気体を物質量 n [mol] だけ閉じ込め、水平な床の上に、ピストンが水平方向に移動できるように置く。 x 軸をピストンの移動方向にとり、 y, z 軸は容器左端の壁 A 上にとる。容器の壁とピストンの厚さは無視できるものとする。また、分子は容器およびピストンのなめらかな表面と弾性衝突するものとし、分子への重力の効果は無視できるものとする。アボガドロ定数を N_A [1/mol]、ボルツマン定数を k [J/K] として、以下の問いに答えなさい。

問 1 図1 aのように、ピストンと壁 A の距離を L [m] とする。次の文章の空欄 (1)~(6) に適切な式を、(7) と (8) には適切な語句を入れなさい。また、空欄 (9) には、文章の後に記されている選択肢の中から適切なものを 1 つ選択しなさい。なお、物理定数としては、文中に表れたもののみを使用すること。

単原子分子 1 個が速度 (v_x, v_y, v_z) [m/s] でピストンに 1 回弾性衝突した場合、この分子がピストンに与える力積の大きさは (1)式 である。この分子はピストンに 1 秒間あたり (2)式 回の頻度で衝突を繰り返すことになるので、ピストンが 1 秒間にこの分子から受ける力積の合計は、(1)式 $\times$ (2)式 で与えられる。容器内の全気体分子の熱運動の速さの 2 乗の平均値 $\overline{v^2}$ [m²/s²] が与えられたとすると、分子数はきわめて大きく、分子の熱運動は x, y, z のどの方向も均等でかたよがないことから、ピストンが容器内の全気体分子から受ける力の大きさ F [N] は、 $\overline{v^2}$ を用いて (3)式 と表される。このとき、図1 a の状態でピストンが静止しているためには、外部から F と同じ大きさの力が加えられていなければならない。

容器内部の気体の圧力と体積の積は、理想気体の状態方程式により容器内の気体の絶対温度 T [K] を用いて (4)式 と表されるが、 F と L を用いれば (5)式 と表すこともできる。これらの関係式から、容器内の全単原子分子気体の熱運動による運動エネルギーの合計は (6)式 と表され、気体の絶対温度と物質量のみで決まることがわかる。単原子分子理想気体の場合、この熱による並進運動の運動エネルギーの総和が (7)語句 となる。

一方、2原子分子理想気体の場合では、気体の (7) 語句 には分子の並進運動の他に、 (8) 語句 運動と振動運動の効果が加わる。そのため、物質質量、温度、圧力、体積が同じ状態の単原子分子理想気体と2原子分子理想気体に、体積一定のもとで同じ熱量を与えた後の状態を比較すると、2原子分子理想気体の圧力は、単原子分子理想気体の圧力 (9) 下の(a), (b), (c)の選択肢の中から 選択 。

(9)の選択肢

- (a) より大きい (b) と同じである (c) より小さい

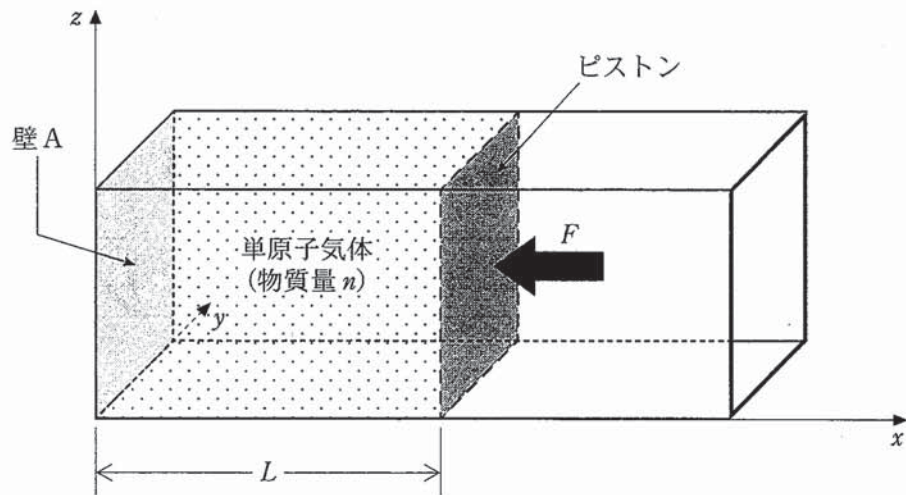


図 1 a

問 2 図 1 a の状態から、ピストンに外部から加えられている力の大きさ F を一定に保ったまま容器内の気体を加熱すると、図 1 b のようにピストンは $a[\text{m}]$ だけ移動し、壁 A からの距離が $L + a$ となった。以下の問いに答えなさい。

- (1) 図 1 b の状態における気体分子の $\overline{v^2}$ の値が、図 1 a の状態における $\overline{v^2}$ の値の何倍になっているかを、 L と a を用いて表しなさい。
- (2) この過程で、容器内の気体に与えられた熱量を、 F と a を用いて表しなさい。

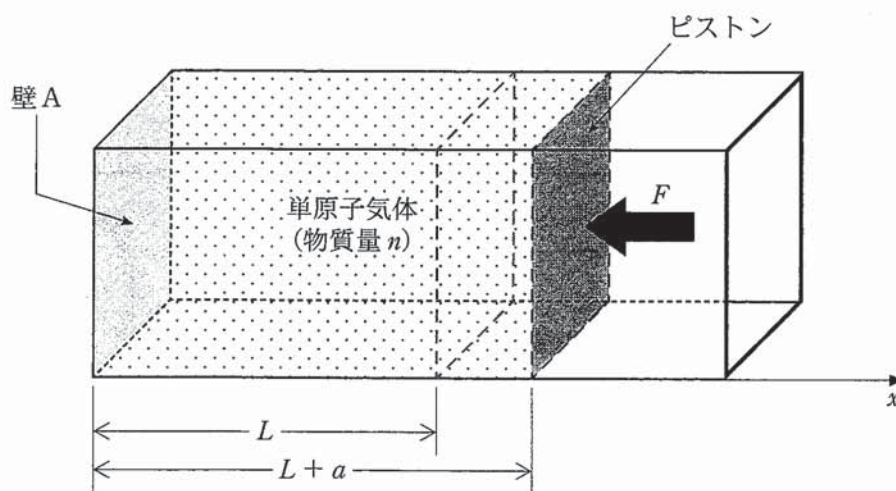


図 1 b

II

A 図 2 a に示すように、高度 0 m の地面に下から胴体 1、胴体 2、荷物の順に積み上げ結合したロケット A がある。質量がそれぞれ M [kg] の胴体 1 と胴体 2 には、質量 m [kg] のおもりと内力によっておもりに速さを与えることのできるおもりの発射装置を一つずつ搭載し、発射されたおもりは胴体と地面に接触しない。胴体の質量 M におもりの質量 m は含まれない。重力加速度の大きさは g [m/s²] で一定とし、空気抵抗およびおもりの発射にかかる時間、ロケット A の大きさ、荷物の質量、発射装置の質量は無視する。

胴体 1 のおもりを鉛直下向きに速さ v [m/s] で発射するとロケットは上昇した。

問 1 おもりを発射した直後のロケットの速さを求めなさい。

問 2 胴体 1 のおもりの発射によりロケットが到達できる地面からの最大高度を求めなさい。

問 2 で求めた最大高度に到達した瞬間に、図 2 b に示すように胴体 1 を静かに切り離し、同時に胴体 2 のおもりを鉛直下向きに速さ v で発射した。

問 3 胴体 1 が切り離されてから胴体 1 が地面に到達するまでの時間を求めなさい。

問 4 胴体 2 のおもりを発射したあと、ロケットが到達した地面からの最大高度を求めなさい。

問 5 ロケット A に搭載された二つの発射装置が、おもりとロケットに与えた力学的エネルギーの和を求めなさい。

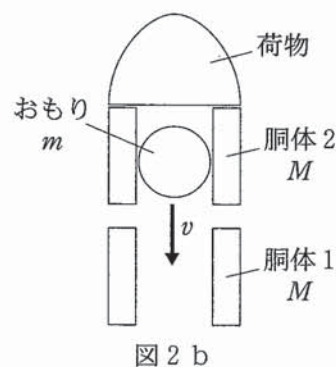
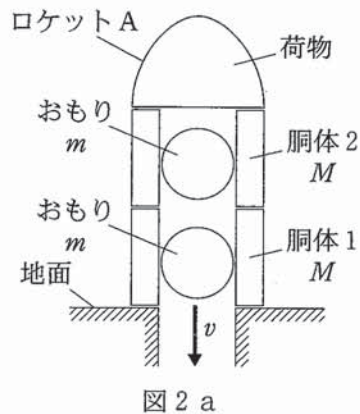


図 2 c に示すように、高度 0 m の地面に胴体を横に二つ束ね、その上に荷物を載せ結合したロケット B がある。質量がそれぞれ M の胴体 1 と胴体 2 には、質量 m のおもりと内力によっておもりに速さを与えることのできるおもりの発射装置を一つずつ搭載し、発射されたおもりは胴体と地面に接触しない。胴体の質量 M におもりの質量 m は含まれない。重力加速度の大きさは g で一定とし、空気抵抗およびおもりの発射にかかる時間、ロケット B の大きさ、荷物の質量、発射装置の質量は無視する。

胴体 1 と胴体 2 のおもりを同時に鉛直下向きに速さ v で発射するとロケットは上昇した。

問 6 ロケット B が到達できる地面からの最大高度を求めなさい。

問 7 ロケット B に搭載された二つの発射装置が、おもりとロケットに与えた力学的エネルギーの和を求めなさい。

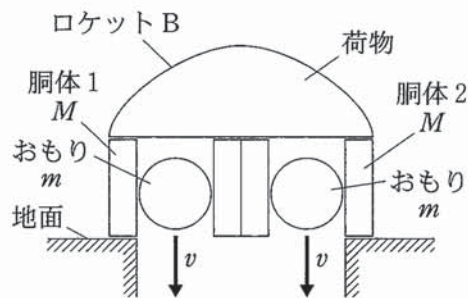


図 2 c

B 人工衛星の運動について考える。以下の空欄に数式を入れて文章を完成させなさい。数式に用いることができる記号は文中で定義したもののみとする。なお地球の自転による遠心力および空気抵抗は無視し、地球以外の天体からの万有引力は働かないとする。

人工衛星が地表から高さ h [m] の地球を中心とする円軌道上を運動している。人工衛星の質量を m [kg]、地球の質量を M [kg]、地球の半径を R [m]、地表での重力加速度の大きさを g [m/s²] とすると、人工衛星の速さは (a) [m/s] と表される。また、地球が自転する角速度を ω [rad/s] とすると、赤道上の円軌道上を地球の自転と同じ角速度でまわる静止衛星の軌道の半径は (b) [m] と表される。一方、地表で初速度を与えられた物体が地球の引力圏を脱出し、無限の遠くに飛んでいくための初速度の最小値は (c) [m/s] と表される。

Ⅲ 図 3 a のように、紙面に垂直に裏から表に向かう磁束密度 $B[\text{T}]$ の一様な磁場中に、互いに平行な導体のレールが間隔 $\ell[\text{m}]$ で水平に固定されており、その上に質量 $m[\text{kg}]$ の導体棒がレールに対して直角に置かれている。導体棒はレールと直角を保ちつつレール上をなめらかに動くことができる。また、導体棒には一端を固定されたばね定数 $k[\text{N/m}]$ の質量を無視できる絶縁体のばねがつながれている。ばねが自然長のときの導体棒の位置を原点 O とし、図 3 a のようにレールと平行に x 軸をとる。レールの端子 P と Q の間には電圧 $V[\text{V}]$ の直流電源、抵抗値 $R[\Omega]$ の抵抗、スイッチが接続されている。はじめ導体棒は原点 O で静止しており、スイッチを 1 側に閉じてじゅうぶん時間を経過させると、導体棒はレール上のある位置で静止した。以下の問いに答えなさい。ただし、導体棒は常にレール上にあるとし、抵抗値 R 以外の電気抵抗と電流による磁場は無視できるとする。

問 1 導体棒に流れる電流の大きさを求めなさい。

問 2 導体棒が磁場から受ける力の大きさを求めなさい。

問 3 導体棒が静止したときの導体棒の x 座標を求めなさい。

次に、スイッチを開いて 1 側と 2 側のどちらからも切りはなしたあと、導体棒をレール上の位置 $x = -x_0[\text{m}]$ ($x_0 > 0$) まで移動させて静かにはなしたところ、導体棒は単振動を始めた。以下の問いに答えなさい。

問 4 導体棒が原点 O を通過したときの導体棒の速さと、そのとき端子 P - Q 間に生じる誘導起電力の大きさ $V_0[\text{V}]$ を求めなさい。

問 5 導体棒をはなした瞬間を時刻 $t = 0$ とし、単振動の周期を $T[\text{s}]$ とおく。時刻 $0 \leq t \leq T$ における端子 Q を基準とした P の電位をグラフに表しなさい。

問 6 この状態からスイッチを 2 側に閉じて、じゅうぶん時間を経過させると導体棒は静止する。スイッチを 2 側に閉じてから導体棒が静止するまでに抵抗 R で発生したジュール熱を、 V_0 と T を用いずに表しなさい。

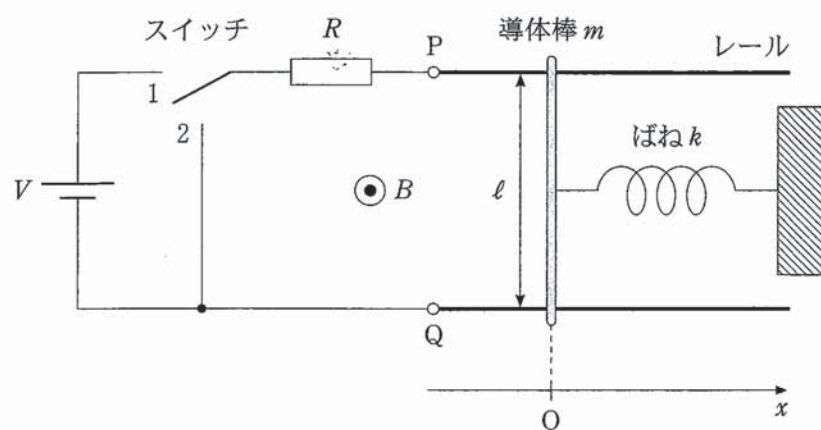


図 3 a

図 3 b のように、縦 a [m]、横 b [m] の長形状の一回巻きコイルを、磁束密度 B [T] の一様な磁場内に配置し、磁場に垂直な回転軸 OO' を中心軸として、 O から O' を見て反時計回りに角速度 ω [rad/s] で回転させる。磁場に垂直な平面からコイル面に対して図 3 b のように回転角をとり、時刻 $t = 0$ における回転角は 0 とする。コイルはブラシを通して抵抗に接続されており、コイルを $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ の向きに流れる電流を正とすると、コイルには時刻 t で交流電流 $I_0 \sin(\omega t)$ [A] が流れた。以下の問いに答えなさい。ただし、ブラシに接続された抵抗以外の電気抵抗とコイルの自己インダクタンスは無視できるとする。

問 7 コイルの辺 1-2 と辺 3-4 が磁場から受ける力は偶力となる。時刻 t におけるこの偶力のモーメントの大きさを求めなさい。

問 8 コイルを回転させるのに必要な時刻 t での仕事率を求めなさい。

問 9 コイルを一回転させるのに必要な仕事を求めなさい。

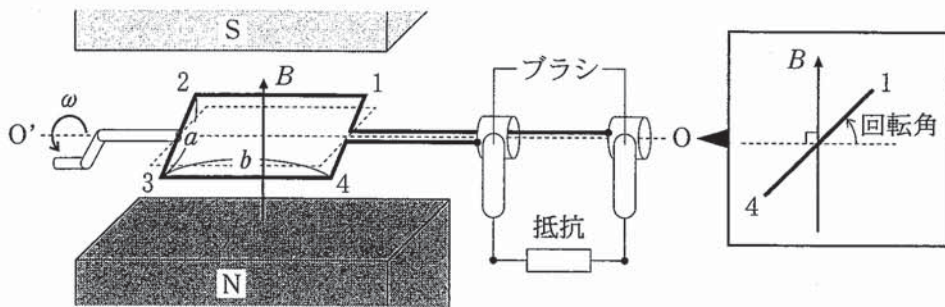


図 3 b

Ⅳ 電子の質量を m [kg]，電気素量を e [C]，真空中の光の速さを c [m/s]，プランク定数を h [J・s] として，以下の問いに答えなさい。

図 4 a に X 線を発生させる X 線管と呼ばれる実験装置を示す。管内は真空に近く，内部の陰極から放出された初速度 0 の電子を加速電圧 V [V] で加速し，陽極のターゲットに衝突させる。その際，衝突した電子 1 個の運動エネルギーの一部または全てが X 線光子 1 個のエネルギーに変換されるものとする。なお，振動数 ν [Hz] をもつ光子 1 個のエネルギーは $h\nu$ [J] で与えられる。

問 1 発生する X 線の最大振動数 $\nu_{\max}$ [Hz] を V ， h ， e を用いて表しなさい。

問 2 振動数 $\nu_{\max}$ をもつ X 線の波長を V ， h ， e ， c を用いて表しなさい。

加速電圧 V が 41000 V の場合について，以下の問 3 と問 4 に答えなさい。

問 3 発生する X 線の最短波長の値を，表 4 に示す物理定数の概算値を用いて，メートル単位で有効数字 2 桁まで求めなさい。

問 4 最短波長の X 線光子がもつエネルギーは波長 3.0×10^{-7} m の紫外線光子がもつエネルギーの何倍になるかを，有効数字 1 桁まで求めなさい。

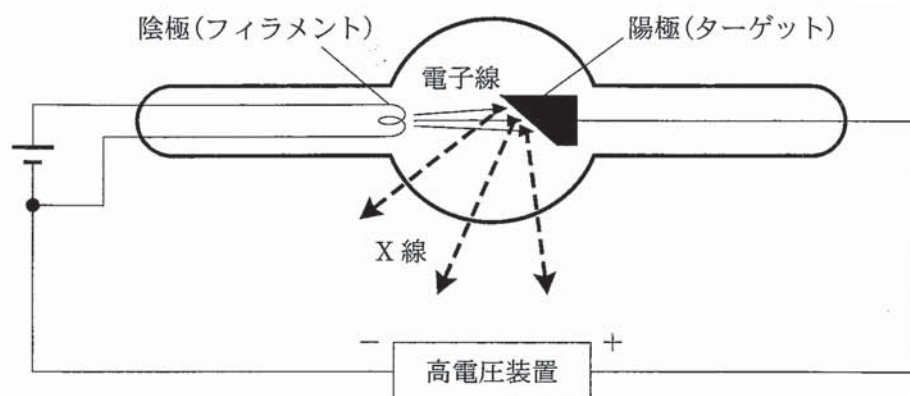


図 4 a

表 4 物理定数の概算値

電子の質量 $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$	電気素量 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
真空中の光の速さ $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$	プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

図4 bのように、 xy 平面上の原点に静止している電子に、 x 軸の正の向きに沿って波長 λ [m] の X 線光子を入射させた。X 線光子が電子と衝突した後、X 線光子は xy 平面内の角度 ϕ ($0 < \phi < 180^\circ$) の方向に波長 λ' [m] で散乱され、電子は xy 平面内の角度 θ の方向に速さ w [m/s] で飛び去って行く場合を考える。衝突の前後で、エネルギーと運動量が保存されとする。なお、光子1個のもつエネルギーを E [J] とすると、光子の運動量の大きさは $\frac{E}{c}$ で表される。

問5 衝突の前後における光子のエネルギーと電子のエネルギーの和の保存を表す式を w , λ , λ' , m , c , h を用いて表しなさい。

問6 入射 X 線光子の運動量の大きさを λ , h を用いて表しなさい。

問7 衝突後の電子の運動量の x 成分と y 成分を λ , λ' , ϕ , h を用いて表しなさい。

問8 問7の結果を用いて、衝突後の電子の運動量の大きさ mw を λ , λ' , ϕ , h を用いて表しなさい。

問9 下記の文章が正しい記述となるように、 に入れるべき適切な数式を m , c , h を用いて表しなさい。また、 と の { } の選択肢はいずれかを選び、解答欄の選択肢に○を付けなさい。

問5の結果に含まれる w を問8の結果を用いて消去することで、

$$\cos \phi = \frac{1}{2} \beta + \text{(1)} \Delta \lambda$$

が得られる。ここで $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$, $\beta = \frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'}$ である。 $\lambda' \approx \lambda$ のとき $\beta \approx 2$ と近似することで

$$\Delta \lambda = \frac{1}{\text{(1)}} (\cos \phi - 1) \cdots \cdots \text{①}$$

が得られる。式①より、散乱後の波長は散乱前の波長より なる。また、 ϕ の値が大きいほど、飛び出した電子の速さは 。

問10 問9で得られた式①を用いて、 $\phi = 90^\circ$ のときの波長変化の値 $\Delta \lambda$ を、表4に示す物理定数の概算値を用いて、メートル単位で有効数字2桁まで求めなさい。

問11 $\phi = 90^\circ$ のとき $\tan \theta$ を λ , $\Delta\lambda$ を用いて表しなさい。

問12 問10と問11の結果を用いて、 $\phi = 90^\circ$ かつ入射X線光子の波長が $3.00 \times 10^{-11} \text{ m}$ のとき、 θ が含まれる領域を下の(ア)~(エ)の中から一つ選び、解答欄に記号で答えなさい。

(ア) $0^\circ \leq \theta < 30^\circ$

(イ) $30^\circ \leq \theta < 45^\circ$

(ウ) $45^\circ \leq \theta < 60^\circ$

(エ) $60^\circ \leq \theta < 90^\circ$

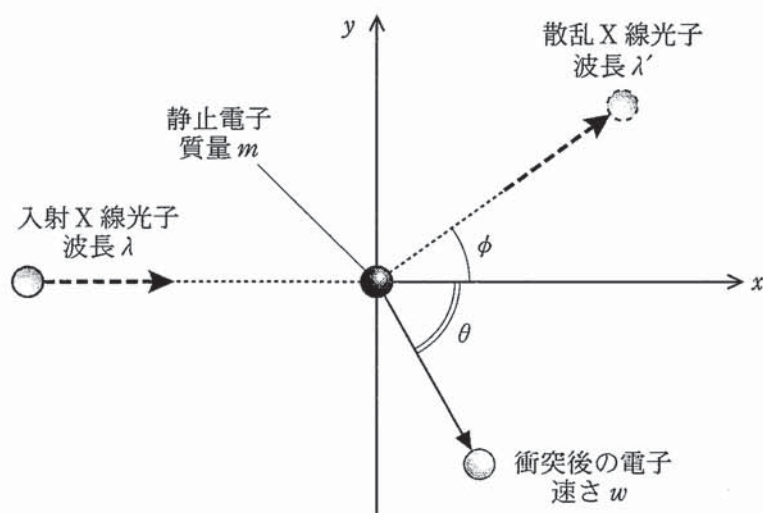


図4 b