平成31年度入学者選抜学力検査問題

（後期日程）

# 数　　　学

〔理　工　学　域
　　数物科学類
　　地球社会基盤学類〕

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　問題紙は本文4ページであり，答案用紙は4枚である。

3　答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し，**網かけの部分や裏面には記入しないこと。**

4　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

$\boxed{1}$　$p>0$ とする。関数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}\ (x>0)$ に対し，曲線 $y=f(x)$ と，2 点 $(p, f(p))$，$(p+1, f(p+1))$ を結ぶ線分で囲まれた図形の面積を $S(p)$ とする。次の問いに答えよ。

(1)　$S(p)$ を $p$ を用いて表せ。

(2)　$p>0$ において，$S(p)$ の最小値はないことを示せ。

(3)　$p>0$ において，$S(p)$ はいくらでも大きい値をとることを示せ。

$\boxed{2}$ 座標平面に，点 $\mathrm{F_1}(-5, 0)$ を中心とする円 $C_1 : (x+5)^2+y^2=1$ と点 $\mathrm{F_2}(5, 0)$ を中心とする円 $C_2 : (x-5)^2+y^2=9$ がある。$C_1$ と $C_2$ に外接する円 $C$ を考え，その中心を P とおく。動径 $\mathrm{F_1P}$ は始線 $\mathrm{F_1F_2}$ から角 $\theta$ $(-\pi<\theta<\pi)$ だけ回転した位置にあるとする。線分 $\mathrm{F_1P}$ の長さを $r$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 点 $\mathrm{P}(x, y)$ の軌跡を求めよ。

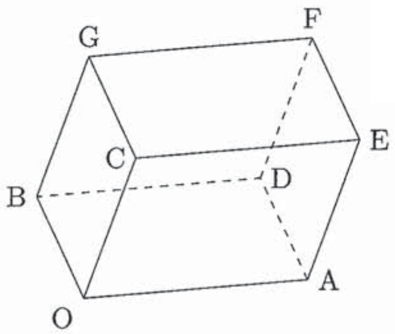
(2) $r$ を $\theta$ を用いて表せ。

(3) $\tan\dfrac{\theta}{2}=t$ とするとき，$\cos\theta=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ が成り立つことを示せ。

(4) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} r\,d\theta$ を求めよ。

$\boxed{3}$ 平行六面体 OADB−CEFG において，$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。$0 < h < 1$ であるような実数 $h$ を用いて $h\vec{a} = \overrightarrow{OH}$ と表される点 H と，$0 < k < 1$ であるような実数 $k$ を用いて $k\vec{c} = \overrightarrow{DK}$ と表される点 K をとる。

3 点 B, G, H を通る平面と直線 OK との交点 L は，三角形 BGH の内部にあることを示せ。






◇M8 (029—84)

$\boxed{4}$ $n$ は自然数とし，$a_1, a_2, \ldots, a_n$ を実数とする。また，$|a_1|, |a_2|, \ldots, |a_n|$ のうち最大のものを $M$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 実数 $p$, $q$ について，不等式 $|p+q| \leqq |p| + |q|$ が成り立つことを示せ。

(2) 実数 $r$ について，不等式

$$\left|a_1 r^{n-1} + a_2 r^{n-2} + \cdots + a_n\right| \leqq M\left(|r|^{n-1} + |r|^{n-2} + \cdots + 1\right)$$

が成り立つことを示せ。

(3) $n$ 次方程式 $x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n = 0$ の実数解 $x$ は，不等式 $|x| < 1 + M$ を満たすことを示せ。